

Diese Datei kann auch als PDF-Datei heruntergeladen werden. [Download ...](#)

Es handelt sich um " Basisaufgaben " der Analysis, wie sie im Abitur des Gymnasiums in Baden-Württemberg ab 2004 vorausgesetzt werden.
Grundlagen
1. Lektion : Geraden in der x-y-Ebene
Ableiten
10. Lektion : Produkt-, Quotienten- und Kettenregel
11. Lektion : Erst umformen, dann ableiten
12. Lektion : Stammfunktionen und Integrale
Wichtig bei Kurvendiskussionen
20. Lektion : Asymptoten
21. Lektion : Symmetrien
22. Lektion : Tangenten und Normale
23. Lektion : Gleichungen von Schaubildern bestimmen
Wachstumsfunktionen
30. Lektion : Lineares Wachstum
31. Lektion : Exponentielles Wachstum
32. Lektion : Beschränktes Wachstum Wachstum
Crashkurs
40. Lektion : Vollständige Induktion
Wichtig zu merken
Punktsteigungsform und Tangente

Hinweis für Analysisanfänger: Falls Du noch keine Exponentialfunktionen kennengelernt hast: Bearbeite zunächst nur die Aufgaben ohne die Funktion $x \rightarrow e^x$.

Eine Exponentialfunktionen (= Wachstumsfunktion) $x \rightarrow \exp(kx) = e^{kx}$ mit $e = 2,718281828459...$ ist eine Funktion, deren Ableitung proportional zur Funktion selbst ist. ("Geburtenrate proportional zum Bestand"). Um Gleichungen mit der Exponentialfunktion lösen zu können, benötigt man deren Umkehrfunktion - die Funktion des "natürlichen Logarithmus" $x \rightarrow \ln x$.

1. Lektion: Geraden in der x-y-Ebene

- Gib die Gleichungen der Geraden an und prüfe, ob der Punkt X auf ihr liegt.
 - Die Gerade durch P(6|0) Q(0|3). X(10|-2)
 - Die Gerade durch A(2|2) parallel zur Geraden durch B(0|-1) C(1|1). X(10|20)
 - Die Gerade durch Q(0|3) parallel zur x -Achse. X(11|3)
 - Die Gerade durch N(3|0) parallel zur y -Achse. X(3|11)

2. Zeichne die Geraden

a) $y = \frac{2}{3}x - 2$ b) $y = 4 - \frac{5}{6}x$ c) $x = -2$

[Lösung](#)

10. Lektion: Produkt-, Quotienten- und Kettenregel

Siehe auch: "[Kettenregel](#)"! (Eine ausführliche Darstellung)

Leite ab!

1 a) $f(x) = 2x^2 \cdot \sin x$ b) $g(t) = \frac{2t^2}{\sin t}$ c) $h(x) = (4 - 5x^2)^3$

2 a) $f_t(x) = 2t^2 x \sin x$ b) $g_a(t) = \frac{2a^2 t^2}{(a-1)\cos t}$ c) $h_t(x) = (t^2 - t^3 x^2)^3 - \frac{1}{2}x$

3. a) $f(x) = \sqrt{2 - 4x}$ b) $g(t) = G - ae^{-kt}$ c) $h(x) = (x-1)e^{-\frac{1}{2}x}$

[Lösung](#)

11. Lektion: Erst umformen, dann ableiten

Forme erst um und leite dann ab!

a) $f_t(x) = \frac{t(x^3 - 2x^2 + 3)}{2}$ b) $f(x) = \frac{5}{2}$

[Lösung](#)**12. Lektion: Stammfunktionen und Integrale**

Ermittle die Stammfunktion! Mache stets die Probe durch Ableiten!

- a) $f(x) = 5(2x - 4)^5$ b) $g(t) = \frac{1}{2}\cos 2t$ c) $h(x) = 10 - 3e^{-4x}$
- a) $f_t(x) = t(tx - t^2)^5$ b) $g_a(t) = a \cdot \sin^2 t$ d) $h(t) = G - ae^{-kt}$
- a) $\int_0^{2\pi} \sin \frac{x}{4} dx$ b) $\int_0^8 \sqrt{2x} dx$ c) $\int_0^{\infty} \frac{1}{(2x+2)^2} dx$ (I = ∫ = Integral)
- Bestimme die Integralfunktion:
 - $\int_0^x e^{-\frac{1}{2}t} dt$
 - $\int_0^x \sin \frac{\pi}{2} t dt$
 - $\int_0^x f'(2t) dt$ (abstrakt!)

[Lösung](#)**20. Lektion: Asymptoten**

Bestimme die Asymptoten der Funktionen:

- a) $f(x) = \frac{2x - 3}{3 - 4x}$ b) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{2x}$ c) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - 1}$
- a) $f(t) = 2 - e^{-0.001t}$ b) $f(x) = \frac{e^x - 3}{2 - e^x}$ c) $f(x) = (1 - 4x)e^{-\frac{1}{2}x}$

[Lösung](#)**21. Lektion: Symmetrien**

Für Anfänger:

- Prüfe, ob die Schaubilder der folgenden Funktionen symmetrisch zur y-Achse oder symmetrisch zum Ursprung sind.

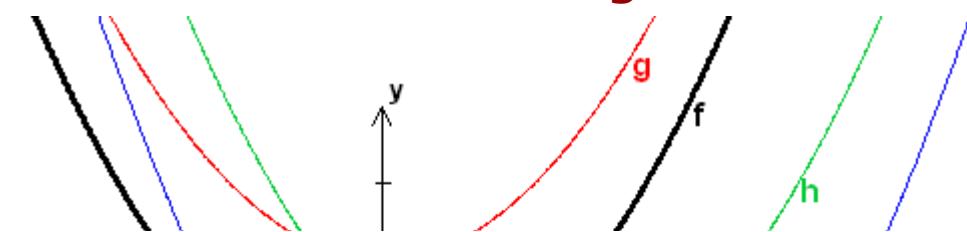
- $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$
- $f(x) = \frac{x}{x^2 + 3}$
- $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x$
- $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 3}$

Für Fortgeschrittene:

- a) Zeige: Das Schaubild von f mit $f(x) = \frac{1}{x(x-4)}$ ist symmetrisch zu $x = 2$.
 b) Zeige: Das Schaubild von f mit $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ ist punktsymmetrisch zum Schnittpunkt der beiden Asymptoten.

[Lösung](#)**22. Lektion: Tangenten und Normalen**

- Bestimme die Gleichung der Tangente und Normalen an das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - 2x^2 - x + 1$ im Punkt P(1|?) und berechne deren Schnittpunkte mit den Achsen.
- A(u|v) mit $u > 0$ sei ein Punkt des Schaubildes K von $f(x) = e^{-x}$. Die Parallele durch A zur x-Achse schneide die y-Achse in B. Die Tangente in A an das Schaubild K schneide die y-Achse in C. Für welchen Wert von u wird der Flächeninhalt des Dreiecks ABC extremal?
- Vom Punkt P(3|0) soll die Tangente an das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x} + 2$ gelegt werden.

[Lösung](#)**23. Lektion: Verschiebung von Schaubildern**

- Bestimme die Gleichung $y=f(x)$ der Parabel durch den Ursprung $O(0|0)$ und $P(2|1)$, die symmetrisch zur y-Achse ist.

- Die Parabel von Teil a) wird um +2 in

Gleichung $y=g(x)$.c) Die Parabel von Teil a) wird um +2 in Richtung x-Achse verschoben. Bestimme die Gleichung $y=h(x)$.d) Die Parabel von Teil a) wird um -3 in Richtung y-Achse und um +2 in Richtung x-Achse verschoben. Bestimme die Gleichung $y=i(x)$.[Lösung](#)

30. Lektion: Lineares Wachstum

Aufgabe: Lena hat einen Smartphonevertrag (mit einer Telefonflatrate) mit einem monatlichen Basistarif. Jede Minute, die sie im Internet ist, wird jedoch abgerechnet. Im ersten Monat bezahlt Sie für 6 Stunden online 18 € im zweiten Monat für 11 Stunden online 22 €. Im dritten Monat ist sie 15 Stunden online. Wie hoch sind dann die Kosten.

[Lösung](#)

31. Lektion: Exponentielles Wachstum

1. Aufgabe:

Borgland hatte im Jahr 2008 eine Verschuldung von 60% seines Bruttoinlandsprodukts. Seine Verschuldung wächst jährlich um 11 %. Spätestens bei einer Verschuldung von 150% geht dieser Staat bankrott. In welchem Jahr dürfte dieses Ereignis eintreten?

[Lösung](#)

32. Lektion: Beschränktes Wachstum

1. Aufgabe: Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichungen:

a) $f'(x) = 0,1 \cdot (100 - f(x))$ mit $f(0) = 100$

b) $f'(t) = 20 - 0,3 \cdot f(t)$ mit $f(0) = 200$

2. Aufgabe: Wird Salz in Wasser gelöst, ist dies bei einer bestimmten Temperatur nur bis zu einer bestimmten Sättigung möglich. Die Geschwindigkeit wie sich das Salz löst, ist proportional zur Restmenge des noch löslichen Salzes.

a) Bestimmen Sie die Funktion $t \rightarrow m(t)$ (t : Zeit in Stunden, $m(t)$ = Prozent der maximal löslichen Salzmenge) bei einem Proportionalitätsfaktor von $k = 3$.

b) Wann sind 50% der Sättigung erreicht.

3. Aufgabe: In einer Stadt gibt es 40000 Haushalte, von denen schätzungsweise jeder fünfte für den Kauf eines neu auf den Markt gebrachten Haushaltsartikels in Frage kommt. Es ist damit zu rechnen, dass der Absatz des Artikels im Laufe der Zeit schwieriger wird, da der Kreis der Käufer und deren Kauflust abnimmt. In den ersten drei Monaten werden 1700 Stück des Artikels verkauft.

Kann der Hersteller davon ausgehen, dass innerhalb des ersten Jahres wenigstens 5500 Stück verkauft werden?

4. Aufgabe:

Pegelstand in einem Wasserreservoir:

$t \rightarrow V(t)$ Volumen des Wassers (t in Minuten, $V(t)$ in Kubikmeter)

bekannt: $V(0) = 20$

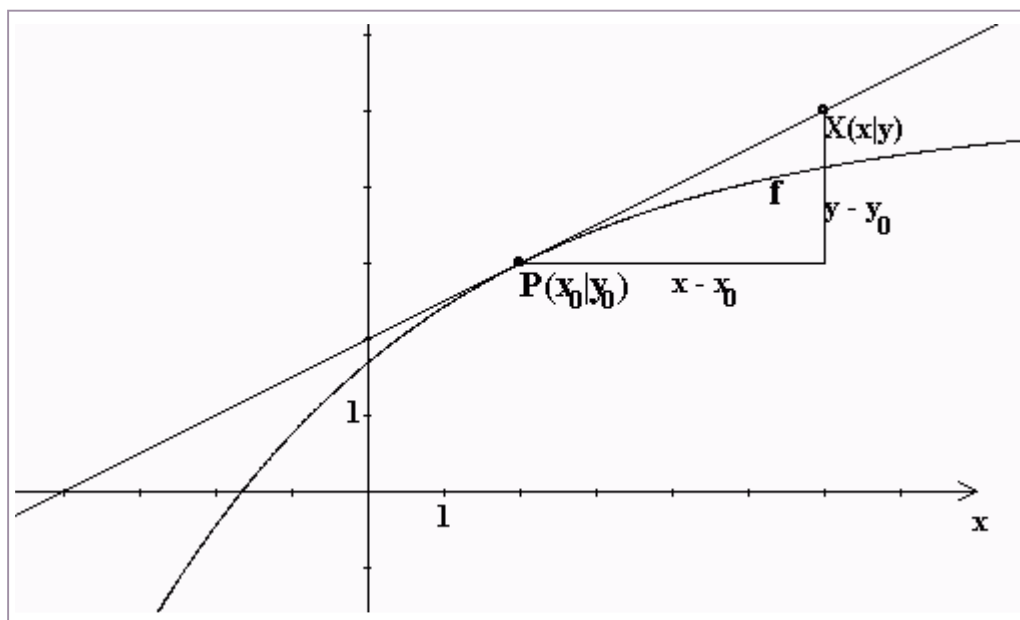
Zufluss: $0,15 \text{ m}^3$ pro Minute

Abfluss: $0,25\%$ des Inhalts pro Minute.

Bestimme die Funktion $t \rightarrow V(t)$

[Lösung](#)

Was immer wieder vorkommt: Die Gleichung der Tangente



$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0} \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0)$$

Merke!

$$y = m(x - x_0) + y_0$$

(Punktsteigungsform der Geraden)

Die Tangente an das Schaubild von f hat die Steigung $m = f'(x_0)$. Somit

$$\text{Tangentengleichung: } y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Beispiel $P(2|3)$ mit $f'(2) = \frac{1}{2}$

$$\text{Tangente: } y = \frac{1}{2}(x - 2) + 3, \text{ also } y = \frac{1}{2}x + 2$$

Alle Aufgaben sind **Basisaufgaben**. Die meisten davon solltest Du ohne Nachdenken lösen können.

Klassische Kurvendiskussionen (Nullstellen, Hoch-, Tief- und Wendepunkte u.s.w.) werden hier nicht behandelt, da sie

ausgiebig in jedem Schulbuch zu finden sind. Die zu beherrschen ist für jeden angehenden Abiturienten Pflicht.

